

Spis treści

Rozdział I. Wprowadzanie w myślenie matematyczne	13
1. Abstrahowanie	13
2. Dostrzeganie reguł, związków, prawidłowości	22
2.1. Jak uczyć dostrzeganie reguł, związków, prawidłowości?	22
2.2. Stosowanie regularności w matematyce	31
Podsumowanie	34
Rozdział II. Stosunki przestrzenne	35
1. Uzasadnienie konieczności prowadzenia zajęć dotyczących stosunków przestrzennych	35
2. Przykłady pierwszych propozycji dydaktycznych	36
3. Wyprowadzanie kierunków od siebie, orientacja w schemacie własnego ciała i z punktu widzenia innej osoby	39
4. Wzajemne ułożenie obiektów	42
5. Umieszczenie obiektów na kartce, płaszczyźnie	44
6. Kodowanie kierunków	46
Podsumowanie	49
Rozdział III. Liczba naturalna	51
1. Liczba naturalna – uwagi ogólne	51
1.1. Aspekt kardynalny liczby	53
1.2. Aspekt porządkowy liczby	55
1.3. Aspekt arytmetyczny liczby	61
1.4. Aspekt miarowy liczby naturalnej	64
1.5. Oś liczbowa jako reprezentant dla wszystkich aspektów liczby naturalnej	67
2. Kodowanie, zapis symboliczny liczby	69
2.1. Czynności poprzedzające wprowadzenie symbolu cyfrowego	69
2.2. Zapis cyfrowy	71
2.2.1. Liczby jednocyfrowe	72
2.2.2. Liczby dwucyfrowe, zapis w systemie pozycyjnym dziesiętkowym	74

2.2.2 a. Grupowanie po 10	74
2.2.2 b. Zapis liczby dwucyfrowej	75
2.2.3. Dalsze rozszerzenie zbioru liczb naturalnych, zapis liczb trzycyfrowych i większych	80
2.2.3.a Liczby z zerami w ostatnich rzędach	80
2.2.3.b Wyjaśnianie znaczenia cyfry jedności, dziesiątek i setek	83
2.3. Szacowanie	86
2.4. Rzymski sposób zapisywania liczb	87
Podsumowanie	88

Rozdział IV. Działania na liczbach naturalnych

- dodawanie i odejmowanie	89
1. Matematyczny opis dodawania i odejmowania	89
2. Dydaktyczne uwagi ogólne dotyczące dodawania i odejmowania	90
3. Czynnościowe dodawanie i odejmowanie	91
3.1. Czynnościowe budowanie rozumienia dodawania	91
3.2. Czynnościowe budowanie rozumienia odejmowania	95
3.3. Związek między dodawaniem a odejmowaniem	97
3.4. Wprowadzenie symboliki dla działań dodawania i odejmowania	98
4. Ćwiczenie sprawności rachunkowej	101
4.1. Dodawanie i odejmowanie w obrębie 10	101
4.2. Druga dziesiątka	104
4.3. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 20 z przekroczeniem prugu dziesiątkowego	104
4.3.1. Dodawanie i odejmowanie z dopełnieniem do pełnej dziesiątki	105
4.4. Dodawanie pełnych dziesiątek	107
4.5. Trzecia dziesiątka	108
4.6. Dodawanie i odejmowanie w obrębie 100	111
4.6.1. Manipulacje na samych jednościach	111
4.6.2. Manipulacje (dodawanie i odejmowanie) pełnych dziesiątek ...	112
4.6.3. Domykanie dziesiątki, rozwiązywanie dziesiątki	113
4.6.4. Przekraczanie prugu dziesiątkowego na wartościach większych niż 30	115
4.6.5. Niestandardowe sposoby wykonywania obliczeń dodawania i odejmowania	118
4.6.6. Dodawanie i odejmowanie, w których obydwie liczby są dwucyfrowe o wartościach w rzędzie jedności różnych od 0	121
4.6.6.1. Czynnościowe dodawanie i odejmowanie bez przekraczania prugu dziesiątkowego	121
4.6.6.2. Czynnościowe dodawanie i odejmowanie z przekraczaniem prugu dziesiątkowego	124

4.6.6.3. Algorytm dodawania i odejmowania pisemnego	129
5. Dydaktyczne opracowanie prawa przemienności i łączności dodawania	132
6. Wykonywanie obliczeń, gdy w jednym zapisie pojawia się zarówno dodawanie, jak i odejmowanie	135
Podsumowanie	139

Rozdział V. Działania na liczbach naturalnych

– mnożenie i dzielenie	141
1. Matematyczny opis mnożenia i dzielenia	141
2. Dydaktyczne uwagi ogólne dotyczące mnożenia i dzielenia	142
3. Linia dydaktyczna dotycząca kształtowania pojęcia mnożenia	143
3.1. Wyczulanie na równoliczność zbiorów, wprowadzenie pierwszego modelu dla mnożenia – modelu „pojemnikowego”	143
3.2. Symboliczny opis sytuacji, w której występuje kilka zbiorów równolicznych, ukierunkowany pytaniem „ile tutaj jest razem”?	147
3.3. Budowanie innego modelu reprezentującego mnożenie (zwielokrotnianie)	150
3.4. Kolejny model reprezentujący mnożenie – model czekoladowy	153
3.5. Mnożenie jako zmiana wprost proporcjonalna	156
4. Prawa działań	160
4.1. Prawo przemienności mnożenia	160
4.2. Prawo łączności mnożenia	163
4.3. Prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania i odejmowania	165
5. Opanowanie wyników mnożenia w obrębie do 100	168
5.1. Mnożenie liczb z tabliczki mnożenia	168
5.2. Problem: 1 i 0 w mnożeniu	179
5.2.1. Jeden jako czynnik	179
5.2.1. Zero jako czynnik	180
5.3. Mnożenie przez 10, 100	183
6. Dzielenie	185
6.1. Dydaktyczne opracowanie dzielenia	185
6.2. Związek dzielenia z mnożeniem	187
6.3. Mnożenie i dzielenie liczb dwucyfrowych	192
7. Kolejność wykonywania działań w sytuacji, kiedy w zapisie pojawia się dodawanie (odejmowanie) i mnożenie (dzielenie)	194
8. Problemy związane z ograniczoną wykonalnością dzielenia w zbiorze liczb naturalnych	195
8.1. Dzielenie z resztą	195
8.2. Ułamki	196
Podsumowanie	199

Rozdział VI. Geometria	201
1. Uwagi ogólne o uczeniu się geometrii	201
2. Co wchodzi w zakres treści kształcenia geometrycznego w klasach I–III? ..	202
2.1. Pierwsze obiekty geometryczne – figury i bryły	203
2.2. Relacje geometryczne	203
2.3. Procedury wymierzania, rozumienie sensu pomiaru (długość, obwód, objętość, pole powierzchni)	204
2.4. Kodowanie geometryczne	204
2.5. Rola języka w geometrii	205
2.6. Dynamiczne rozumowania geometryczne	205
3. Materiały dydaktyczne pomocne w kształtowaniu pojęć geometrycznych	206
3.1. Klocki	206
3.2. Zestawy plaketek – kształtów, do tworzenia mozaik	208
3.3. Geoplan	209
3.4. Kolorowy papier – kwadratowe karteczki	210
3.5. Rysunki	210
3.6. Patyczki	211
3.7. Kafelki	212
4. Propozycje rozwiązań metodycznych	213
4.1. Kształtowanie pojęcia figur geometrycznych	213
4.1.1. Figury płaskie	213
4.1.2. Figury przestrzenne	217
4.1.3. Figury jednowymiarowe	219
4.1.4. Okrąg, koło	222
4.2. Relacje geometryczne	224
4.2.1. Relacje geometryczne związane z przekształceniami izometrycznymi – symetrie	224
4.2.2. Powiększanie i pomniejszanie figur z zachowaniem kształtu ...	228
4.2.3. Relacje równoległości, prostopadłości	232
4.3. Procedury wymierzania, rozumienie sensu pomiaru (długość, obwód, objętość, pole powierzchni)	235
4.3.1. Długość	235
4.3.2. Obwód figury płaskiej	241
4.3.3. Pole powierzchni figury płaskiej	244
4.3.4. Objętość	246
4.4. Kodowanie geometryczne	249
4.4.1. Kodowanie położenia obiektu na płaszczyźnie	249
4.4.2. Kodowanie ruchu	255
4.5. Kształtowanie języka geometrycznego	256
4.6. Kształtowanie dynamicznych rozumowań geometrycznych	259

4.6.1. Dynamiczne rozumowania – myślenie jako proces	260
4.6.2. Dynamiczne rozumowania – wyobrażenie ruchu	263
Podsumowanie	267

Rozdział VII. Umiejętności praktyczne269

1. Dlaczego „umiejętności praktyczne” są realizowane w ramach zajęć z matematyki?	269
2. Obliczenia pieniężne	270
2.1. Monety i banknoty i ich związek z rozumieniem systemu dziesiętkowego	270
2.2. Wykorzystanie pieniędzy do usprawnienia działań dodawania i odejmowania liczb dwucyfrowych	276
3. Pomiar temperatury	277
4. Ważenie. Umiejętności ważenia dla pogłębianie rozumienia matematyki	279
4.1. Jak działa waga?	280
4.2. Jednostki masy	281
4.3. Wykorzystanie pomiarów masy do wsparcia rozumienia matematycznych działań	286
5. Mierzenie płynów	287
5.1. Zależność między pojemnością a kształtem pojemnika	287
5.2. Odmierzanie płynów – litr, pół litra, ćwierć litra	289
6. Obliczenia związane z upływem czasu	291
6.1. Uwagi ogólne o mierzeniu czasu	291
6.2. Kalendarz – tydzień	293
6.3. Miesiące, pory roku	295
6.4. Zegar	297
6.4.1. Godzinowe jednostki czasu odczytywane na zegarze, układ 12-godzinny i 24-godzinny	297
6.4.2. Dalszy podział jednostek czasowych, obliczenia zegarowe	301
Podsumowanie	305

Rozdział VIII. Elementy statystyki i rachunku prawdopodobieństwa307

1. Dlaczego warto wprowadzać dzieci w posługiwanie się pojęciami statystycznymi?	307
2. Zbieranie danych, interpretowanie danych	307
3. Elementy kombinatoryki	313
4. Elementy rachunku prawdopodobieństwa	318
Podsumowanie	320
Literatura	321